“Colegio Secundario N°5051 Nuestra Señora de la Merced”

Materia: Matemática	**Año:** 3°
Turnos: Mañana y Tarde	**Divisiones:** 1ra, 2da, 3ra y 4ta **T.M.** 1ra, 2da, y 4ta **T.T.**
Tiempo	Hasta el 17 de julio
Temas a trabajar	**UNIDAD Nº 2:** Expresiones Algebraicas Enteras • Regla de Ruffini • Teorema del Resto • Factorización de Polinomios

Regla de Ruffini

Es un algoritmo que permite obtener el cociente y resto de la división de un polinomio por un binomio de la forma *x – a.*

Ejemplo: **$(6x^3 - 3x + 4) \div (x - 2)$**

Vamos a hacer la siguiente división por Ruffini:

$(6x^3 - 3x + 4)$ ÷ **$(x - 2)$**
dividendo divisor

$(6x^3 + 0x^2 - 3x + 4)$	Se ordena en forma decreciente el dividendo. Si en el polinomio dividendo faltan términos, como en este caso que es incompleto, se ponen ceros en los lugares de los términos que faltan.
$(x - 2)$ 2	Del divisor se coloca el término independiente cambiado de signo. Por lo que quedaría; 2 positivo.

$(6x^3 + 0x^2 - 3x + 4)$. Del dividendo tomamos los coeficientes

$$6 \quad 0 \quad -3 \quad 4$$

Del divisor nos quedaría la expresión 2

1.El primer coeficiente del cociente es igual al primer coeficiente del dividendo; por eso el número 6 se baja simplemente.

$$\begin{array}{c|cccc} & 6 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & & & & \\ \hline & 6 & & & \end{array}$$

2. El segundo coeficiente del cociente se obtiene según indica el esquema:

$2 \cdot 6 = 12$

$$\begin{array}{r} 0 \\ +\,12 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 6 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & & 12 & & \\ \hline & 6 & 12 & & \end{array}$$

3. El tercer coeficiente del cociente se obtiene según indica el esquema:

$2 \cdot 12 = 24$

$$\begin{array}{r} -3 \\ +24 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 6 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & & 12 & 24 & \\ \hline & 6 & 12 & 21 & \end{array}$$

4. El resto se obtiene como se indica en el esquema:

2 . 21 = 42

$$\begin{array}{r} 4 \\ +\ 42 \\ \hline 46 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 6 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & & 12 & 24 & 42 \\ \hline & \underbrace{6 \quad 12 \quad 21}_{\text{Cociente}} & & & \underbrace{46}_{\text{resto}} \end{array}$$

Como el grado del cociente es una unidad menor que el grado del dividendo, resulta que el cociente es el polinomio:

$C(x) = 6x^2 + 12x + 21$
y el resto R = 46

Ejercitación

a) $(-3x^5 +4x^3 -5x +1) : (x – 2)$
b) $(2x^4 -3x^2 +5x+1) : (x – 2)$
c) $(x^5 + 7) : (x + 2)$
d) $(x^4 +x^3 -6x^2 -4x +8) : (x – 1)$
e) $(2x^5 -3x^4 +4x^3 -5x^2 +3x +1) : (x + 2)$
f) $(-2x^4 +3x^2 -5) : (x – 3)$
g) $(x^5 +4x^4 -5x +1) : (x + 1)$
h) $(x^4 -3x^3 +4x^2 +3x -5) : (x – 5)$
i) $(4x^4 -2x +1) : (x + \frac{1}{2})$
j) $(3x^5-4x^4-6x^2-7x): (x+2)=$

Teorema del Resto

Con el teorema del resto podemos calcular el resto de una división sin tener que hacerla, siempre que dividamos un polinomio por un binomio de la forma x - a.

Es decir:

Si queremos saber el resto de la división P(x): Q(x) siendo:

$P(x)= 2x^2 +3x -2$
$Q(x)= x - 2$

$(2x^2 + 3x - 2) : (x - 2) =$
Aplicamos el teorema:

Identificamos en primer lugar "a". Del divisor $(x - 2)$ colocamos el término independiente cambiado de signo en este caso $a = 2$.
Ahora calculamos el valor numérico del polinomio para $a = 2$ en $P(x) = 2x^2 + 3x - 2$
Reemplazando nos quedaría

$$P(x) = 2x^2 + 3x - 2$$

$$P(2) = 2.2^2 + 3.2 - 2 = \boxed{12}$$

Por lo que nos quedaría el resto de la división = 12

$$\boxed{R = 12}$$

Ejercitación

Calcula el resto de la división de polinomios $P(x) : Q(x)$ en cada caso, usando el teorema del resto:

1 $P(X) = 5x^2 - x + 1$ $\quad Q(x) = x - 1$

Resto =

2 $P(x) = x^3 + 7x^2 - 1$ $\quad Q(x) = x - 5$

Resto =

3 $P(x) = x^2 - 9$ $\quad Q(x) = x + 3$

Resto =

4 $P(x) = (3x^5 + 2)$ $\quad Q(x) = x - 1$

Resto =

5 $P(X) = -3x^4 + 2x^3 - 7x$ $\quad Q(x) = x - 2$

Resto =

6 $P(x) = x^5 + 4x^2$ $\quad Q(x) = x + 3$

Resto =

7 $P(x) = 2x^4 + 3x^3 - 5$ $\quad Q(x) = x + 4$

Resto =

8 $P(x) = (x^3 - 4x^2 + 3x - 1)$ $\quad Q(x) = x - \frac{1}{3}$

Resto =

Factorización de Polinomios

- Factor común
- Factor por grupos
- Diferencia de cuadrados
- Trinomio cuadrado perfecto
- Cuatrinomio cubo perfecto

Factor común

Se dice que un polinomio tiene factor común cuando una misma cantidad, ya sea número o letra, se encuentra en **todos los términos del polinomio**.

Extraer factor común (de una suma o resta) consiste en escribirla como un producto. Por ejemplo

Ejemplo 1

En la suma 2y + 2x tenemos el factor común 2. Podemos extraerlo:

2.y + 2.x =

$\boxed{2. (y + x)}$

Lo que hacemos es aplicar la **propiedad distributiva** del producto sobre la suma.

Debemos colocar paréntesis porque el factor común (2) debe multiplicar a **todos** los sumandos.

Ejemplo 2

En la suma 3y+6x podemos extraer el factor común 3:

3.y + 6.x =

3.y + 2.3.x =

$\boxed{3. (y + 2.x)}$

Nota: tuvimos que escribir 6 como 3·2 para tener explícitamente el factor común.

Algunas veces, extraemos factor común, aunque el factor que extraemos no esté escrito explícitamente en todos los sumandos

Ejemplo 3

Extraemos el factor común x^2 del polinomio $3x^2 - 5x^3$

$3.x^2 – 5.x^3 =$

$3.x^2 – 5.x.x^2 =$

$\boxed{X^2. (3 – 5x)}$

Nota: tuvimos que escribir x^3 como $x.x^2$ para tener explícitamente el factor común.

O también tomamos como factor común la expresión que tiene el exponente **menor**. En el ejemplo $3.x^2 – 5.x^3$ observamos que el exponente 2 es menor que el exponente 3, por lo tanto nos quedamos con 2, y nos quedaría x^2 como factor común

Ejemplo 4

Podemos extraemos factor común $3y^2$ del polinomio $9xy^5 – 12y^2 + 6x^2y^4$

$9.x.y^5 – 12.y^2 =$

$3.3.x.y^2.y^3 – 4.3.y^2 =$

$\boxed{3y^2. (3xy^3 – 4)}$

Nota: De $9.x.y^5 – 12.y^2$ observamos en el primer término y^5, en el segundo término y^2. Entonces tomamos como factor común la expresión que tiene el exponente **menor**, es decir y^2. Por lo tanto y^2 será factor común.

Ejercitación

a) $6 + 2x =$
b) $4x^2 + 10 =$
c) $8 + 2x^2 + 12x^3 =$
d) $y + y^3 =$
e) $7x – 2x^2 =$
f) $4x^3 + 6xy^3 =$
g) $5x^3y^2 – 10xy^4 =$
h) $6x^3y + 2y^5 – 4xy^2 =$
i) $9ab^2 + 3ab - 6a^2b =$
j) $3x^2 - 6xy + 18x^2 – 9x^5y =$

Factor por grupos

Se llama factor común por agrupación de términos, si los términos de un polinomio pueden reunirse en grupos de términos con un factor común diferente en cada grupo.

Ejemplo 1

$$2ax + 2bx - ay + 5a - by + 5b$$

Agrupo los términos que tienen un factor común:

$$(2ax - ay + 5a) + (2bx - by + 5b)$$

Saco el factor común de cada grupo:

$$a(2x - y + 5) + b(2x - y + 5)$$

Como las expresiones encerradas entre paréntesis son iguales, nos quedaría:

$$\boxed{(2x - y + 5) . (a + b)}$$

Ejemplo 2

$$am + bm + a^2 + ab$$

Formando grupos con términos que tengan factores comunes:

$$(am + bm) + (a^2 + ab)$$

Aplicando Factor Común a cada grupo:

$$m. (a + b) + a. (a + b)$$

Como las expresiones encerradas entre paréntesis son iguales, nos quedaría:

$$\boxed{(a + b) . (m + a)}$$

Ejercitación

a) $6ax + 3a^2 - 4bx - 2ab$

b) $6a^2x + 4ab + 2a - 3abx - 2b^2 - b$

c) $m^2 + mn + mx + nx$

d) $3x^3 - 1 - x^2 + 3x$

e) $ax - bx + ay - by$

f) $2y^3 - 6ay^2 - y + 3a$

g) $am - 2bm - 3an + 6bn$

h) $4a^2x - 5a^2y + 15by - 12bx$
i) $m^2p^2 - 3np^2 + m^2z^2 - 3nz^2$

Diferencia de cuadrados

Se le llama diferencia de cuadrados al binomio conformado por dos términos a los que se les puede sacar **raíz cuadrada exacta**

Al estudiar identidades notables teníamos que:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

En donde el resultado es una diferencia de cuadrados, pero para este caso será lo contrario:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Pasos a seguir:

$X^2 - y^2$ $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$ X Y	Se extrae la raíz cuadrada de ambos términos
$(x + y) \cdot (x - y)$	Se multiplica la suma por la diferencia de estas cantidades

Ejemplo 1. Factorizamos $16m^2 - 9n^2$

$16m^2 - 9n^2 =$

Calculamos raíz cuadrada

$4m$ $3n$

Lo escribimos $(4m + 3n) \cdot (4m - 3n)$

Por lo tanto, nos quedaría

$$\boxed{16m^2 - 9n^2 = (4m + 3n) \cdot (4m - 3n)}$$

Nota: calculamos $\sqrt{m^2}$

$\sqrt{m^2} = m^1$

1 es la mitad de 2

Ejemplo 2. Factorizamos $4x^4 - 25$

$4x^4 - 25$

Calculamos la raíz cuadrada

$2x^2$ 5

Nota: calculamos $\sqrt{x^4}$

$\sqrt{x^4} = x^2$

2 es la mitad de 4

Lo escribimos $(2x^2 + 5) \cdot (2x^2 - 5)$

Por lo tanto, nos quedaría

$4x^4 - 25 = (2x^2 + 5) \cdot (2x^2 - 5)$

Ejercitación

1) $x^2 - 9$
2) $x^2 - 1$
3) $x^2 - 49$
4) $81 - x^2$
5) $16x^2 - 9$
6) $a^4 - b^4$
7) $4a^4 - 9b^2c^2$
8) $49x^2 - \frac{16}{25}$
9) $\frac{16}{9}x^2 - \frac{1}{25}$
10) $(2x+3)^2 - (x-1)^2$

Trinomio cuadrado perfecto

Se llama ***trinomio cuadrado perfecto*** al trinomio (polinomio de tres términos) tal que, dos de sus términos son cuadrados perfectos y el otro término es el doble producto de las bases de esos cuadrados.

Para reconocerlo se deben tomar en cuenta los siguientes puntos:

- Debe tener tres términos, y estar ordenado con respecto a una letra.
- Dos de sus términos, el 1º y 3°, deben poseer raíz cuadrada exacta
- El segundo término debe ser igual al doble producto de, la raíz del 1° y 3° termino

Por ejemplo

$$49a^2 + 14ab^2 + b^4$$

Es un trinomio cuadrado perfecto

$49a^2 + 14ab^2 + b^4$ $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$ $7a$ b^2	calculamos la raíz cuadrada del primer y tercer termino
$2 \,.\, 7a \,.\, b^2 = 14ab^2$	Resolvemos el doble producto de esas raíces
$14ab^2 = 14ab^2$	Ahora comprobamos. Nos debe dar igual al segundo término del polinomio
$49a^2 + 14ab^2 + b^4 = (7a + b^2)^{\mathbf{2}}$	Por ultimo nos quedaría factorizado de la siguiente manera. Colocamos el signo del segundo término del polinomio y elevamos al cuadrado

Ejercitación

a) $x^2 + 6x + 9$

b) $4x^2 + 9y^2 - 12xy$

c) $a^2 + 8a + 16$

d) $m^2 - 10m + 25$

e) $n^2 - 8n + 16$

f) $x^2 - 6x + 9$

g) $x^2 + 12x + 36$

h) $9a^2 - 30a + 25$

i) $121c^2 - 132c + 36$

j) $\frac{1}{25} + \frac{25}{36}b^4 - \frac{b^2}{3}$

Cuatrinomio cubo perfecto

Por ejemplo

$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 =$

es un cuatrinomio cubo perfecto

Para reconocerlo se deben tomar en cuenta los siguientes puntos:

- Debe tener cuatro términos, y estar ordenado con respecto a una letra.
- Dos de sus términos, el primero (a^3) y el cuarto (b^3), deben poseer raíz cúbica exacta.
- El segundo término debe ser igual al triple producto del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto termino
- El tercer término debe ser igual al triple producto de la raíz cúbica del primer término por el cuadrado de la raíz cúbica del cuarto termino
- El segundo y el cuarto termino deben tener el mismo signo y puede ser positivo o negativo, el primer y tercer término siempre son positivos (si el primer y tercer término son negativos realizar factor común con el factor -1).

$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $\sqrt[3]{a^3} \rightarrow a$ $\sqrt[3]{b^3} \rightarrow b$	Calculamos la raíz cubica del primer y cuarto termino
$3.(a)^2 . b = 3a^2b$	El segundo término debe ser igual al triple producto del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto termino
$3. a. (b)^2 = 3ab^2$	El tercer término debe ser igual al triple producto de la raíz cubica del primer término por el cuadrado de la raíz cubica del cuarto termino
$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$	Por ultimo nos quedaría factorizado de la siguiente manera. Colocamos el signo del segundo término del polinomio y elevamos al cubo

Ejercitación

a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
b) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$
c) $x^3 + 3/2\, x^2 + 3/4\, x + 1/8$
d) $64x^3 + 144x^2 + 108x + 27$
e) $a^3b^3 + 3a^2b^2x + 3abx^2 + x^3$
f) $x^6 + 6x^4 + 12x^2 + 8$
g) $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$

Nota: recuerden que deben enviar los trabajos al profesor para la realización del seguimiento de sus aprendizajes; también pueden realizar consultas si lo necesitan

Turno mañana

Curso	Profesor	Correo electronico
3°1°	Elbio Saravia	elbiorsaravia@hotmail.com cel. 3875093896
3°2°	Marcelo caliva	maraguscaliva@hotmail.com
3°3°	Elsa pinikas	prof.pinikas@gmail.com
3°4°	Mario llampa	Mariollampa40@gmail.com Cel. 3874795567

Turno tarde

curso	Profesor	Correo electronico
3°1°	Claudia vercellino	profvercellino@gmail.com
3°2°	Mario llampa	Mariollampa40@gmail.com Cel. 3874795567
3°4°	Mirta lopez	mirtazeta@hotmail.com código de acceso a classroom: ktwroun