**“Colegio Secundario N°5051 Nuestra Señora de la Merced”**

| | |
|---|---|
| **Materia:** Matemática | **Año:** 3° |
| **Turnos:** Mañana y Tarde | **Divisiones:** 1ra, 2da y 4ta |
| **Tiempo** | Hasta el 22 de JUNIO. |
| **Temas a trabajar:** | **UNIDAD N° 2: EXPRESIONES ALGEBRAICAS ENTERAS**<br>▯ IGULADADES NOTABLES.<br>▯ DIVISION de POLINOMIOS |

## IGUALDADES NOTABLES

Las igualdades notables son identidades que podemos utilizar para hacer los cálculos más sencillos.
Las que vamos a ver en esta clase son:

1. Cuadrado de un binomio.
2. Cubo de un binomio.
3. Suma por diferencia.

---

**Definición de Binomio :**
*Expresión algebraica formada por la suma o la diferencia de dos términos o monomios. (a+ b ) es un binomio.*

### 1.- Cuadrado de la *suma* de un Binomio

El cuadrado de una suma es igual al cuadrado del primer término **más** el doble del producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$ Cuadrado de una suma

**Demostración:**

$(a+b)^2 = (a+b).(a+b)$ aplicamos la propiedad distributiva

$= a.a + a.b + b.a + b.b$

$= a^2 + 2ab + b^2$

**Ejemplo:**

$(x+1)^2 = x^2 + 2x\cdot 1 + 1^2 = x^2 + 2x + 1$ ✓

## Cuadrado de una *diferencia* de un Binomio

El cuadrado de una diferencia es igual al cuadrado del primer término **menos** el doble del producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$ Cuadrado de una diferencia

**Demostración:**

$(a-b)^2 = (a-b).(a-b)$ aplicamos la propiedad distributiva

$= a.a + a.(-b) + (-b).a + (-b).(-b)$

$= a^2 - 2ab + b^2$

**Ejemplo:**

$(x-1)^2 = x^2 - 2x.1 + 1^2 = x^2 - 2x + 1$ ✓

---

## 2.-Cubo de una *suma* de un Binomio

El cubo de una suma es igual al cubo del primer término más el triple del cuadrado del primero por el segundo más el triple del primero por el cuadrado del segundo más el cubo del segundo.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$ Cubo de una suma

**Demostración:**

$(a+b)^3 = [(a+b).(a+b)].(a+b)$

$= [(a+b)^2].(a+b)$ ⟶ [desarrollo el cuadrado de una suma]

$= [a^2 + 2ab + b^2].(a+b)$ ⟶ aplico la propiedad distributiva

$= a^2.a + a^2.b + 2ab.a + 2ab.b + b^2.a + b^2.b$

$= a^3 + (a^2.b + 2a^2b) + (2ab^2 + b^2.a) + b^3$ ⟶ resuelvo

$= a^3 + (3a^2.b) + (3ab^2) + b^3$

$= a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3$ ⟶ ordeno

**Ejemplo:**

$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2.1 + 3x.1^2 + 1^3$

$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ✓

---

## Cubo de una *diferencia* de un Binomio

El cubo de una diferencia es igual al cubo del primer término menos el triple del cuadrado del primero por el segundo más el triple del primero por el cuadrado del segundo menos el cubo del segundo.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$ Cubo de una diferencia

**Demostración:**

$(a-b)^3 = [(a-b)\cdot(a-b)]\cdot(a-b)$

$= (a^2 - 2ab + b^2)\cdot(a-b)$ ( aplicar la regla de los signos)

$= a^2.a - a^2.b - 2ab.a + 2ab.b + b^2.a - b^2.b$

$= a^3 - a^2.b - 2a^2b + 2ab^2 + b^2.a - b^2.b$

$= \mathbf{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$

**Ejemplo:**

$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2\cdot 1 + 3x\cdot 1^2 - 1^3$

$= \mathbf{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$ ✓

---

## 3.-Suma *por* diferencia .

Una suma de dos términos multiplicada por la diferencia de los mismos términos es igual a la diferencia de los cuadrados de dichos términos.

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

Suma por diferencia.

**Demostración:**

$(a+b)\cdot(a-b) = a.a + a.(-b) + b.a + b.(-b)$ aplicamos la propiedad distributiva

$= a^2 - a.b + b.a - b^2$ ⟶ $(-a.b + b.a) = 0$

$= a^2 - b^2$

**Ejemplo:**

$(x+3)\cdot(x-3) = x^2 - x.3 + 3.x - 3.3$ ⟶ $(-x.3 + 3.x) = 0$

$= x^2 - 3^2$

$= \mathbf{x^2 - 9}$ ✓

**Resumiendo:**

**IDENTIDADES NOTABLES**

**Fórmula del binomio al cuadrado**

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2\cdot a\cdot b + b^2$$

**Fórmula de la suma por diferencia**

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

**Fórmula del binomio al cubo**

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3\cdot a^2\cdot b + 3\cdot a\cdot b^2 \pm b^3$$

## Ejercitación

1.-Colocar verdadero o falso según corresponda:

a) $(x + 2)^2 = x^2 + 4$ ☐

b) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x - 9$ ☐

c) $(x + \frac{1}{2})^2 = x^2 + x + 0{,}25$ ☐

d) $(x + 3)^2 = x^2 + 9 + 6x$ ☐

e) $(3x + 1)^2 = 3x^2 + 6x + 1$ ☐

f) $(-x - 1)^2 = -x^2 + 2x - 1$ ☐

2.- Desarrollar los siguientes cuadrados:

a) $(2x^2 + 3x)^2 =$

b) $(x^3 - x^2)^2 =$

c) $(-5x^4 + x^5)^2 =$

3.- Desarrollar los siguientes cubos:

a) $(x+ 5)^3 =$

b) $(-x- 3)^3 =$

c) c) $(2x+ 7)^3 =$

d) $(-x^2 + 4x)^3 =$

e) $(5x^3 - 2x^2)^3 =$

4.-Resolver las siguientes suma por diferencia:

a) $(3 - x).(3 + x) =$

b) $\left(x^2 - \sqrt{5}\right).\left(x^2 + \sqrt{5}\right) =$

c) $(x^2 - 3).(x^2 + 3) =$

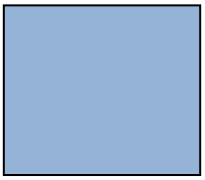
d) $\left(2x - \frac{1}{3}x^2\right).\left(2x + \frac{1}{3}x^2\right) =$

Recuerda que al elevar una fracción a un exponente, elevamos a dicho exponente el numerador y el denominador de la misma.

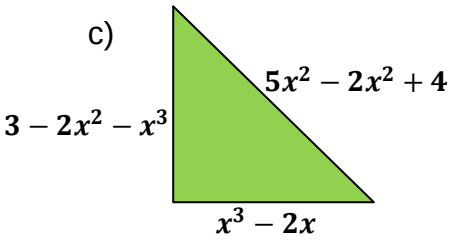
5.-Hallar la expresión del perímetro y del área de cada figura.

a) **$3x^2 - 2$**

b) **$5x - 3$**




c)




Soluciones:

a) Perímetro = $12x^2 - 8$
Área = $9x^4 - 12x^2 + 4$

b) Perímetro = $4x^2 - 4x - 6$
Área = $10x^3 - 41x^2 + 21x$

c) Perímetro = $5x^3 - 4x^2 - 2x + 7$
Area = $-\frac{1}{2}x^6 - x^5 + x^4 + \frac{7}{2}x^3 - 3x$

## DIVISION DE POLINOMIOS:

- Para dividir un polinomio por un monomio , se debe aplicar la propiedad distributiva y la propiedad del cociente de dos potencias de igual base: $x^n : x^m = x^{n-m}$

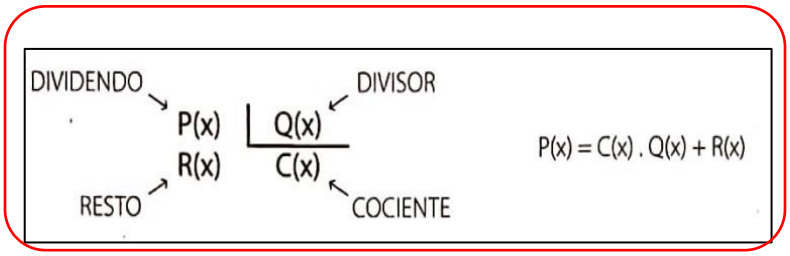
Ejemplos:

a) $-20x^6 : (4x^4) = -5x^2$ ✓

b) $(-3x^4 + 2x^6 - 6x^3 - 4x^2) : (12x^2) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$ ✓

- Para dividir dos polinomios hay que aplicar **un algoritmo** y se debe cumplir que:

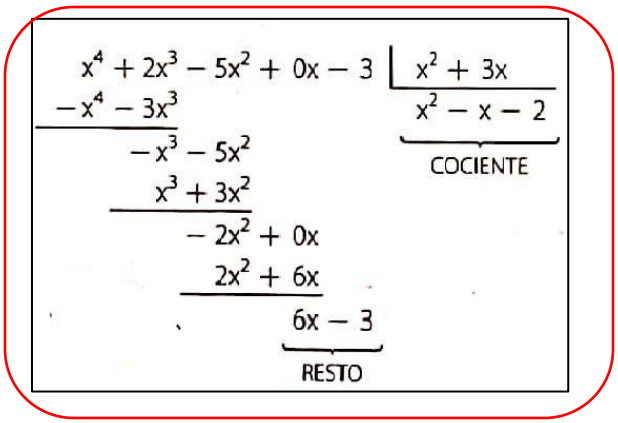
- El **grado** del polinomio dividendo debe ser **mayor** o igual que el del polinomio divisor.
- El polinomio dividendo debe estar **completo y ordenado** en forma **decreciente.**
- El polinomio **divisor** debe estar **ordenado**.
- El **grado** del polinomio **resto** debe ser **menor** que el grado del polinomio **divisor**.




Ejemplo 1: $(-5x^2 + 2x^3 - 3 + x^4) : (3x + x^2) = (x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 0x - 3) : (x^2 + 3x)$

**Completo y ordenado** **ordenado**

**(** dividendo ) ( divisor)




Este método sirve para dividir cualquier tipo de polinomios y para realizarlo hay que tener en cuenta las propiedades anteriores.

Ejemplo 2: $(2x^3 + x^5 - x - 8) : (-2x + x^2 + 1) = (x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^2 - x - 8) : (x^2 - 2x + 1)$

1. - Al polinomio dividendo lo **ordenamos** de manera decreciente, si no está completo lo **completamos** con **coeficientes cero** en los lugares que correspondan, y al polinomio divisor solamente lo ordenamos.

$$x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^2 - x - 8 \;\big|\; x^2 - 2x + 1$$

**2.-**Dividimos el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor.

$$x^5 : x^2 = x^3$$

**3.-Multiplicamos** cada término del polinomio divisor ($x^2$ **- 2x +1**) por el resultado anterior ($x^3$) y lo **restamos** del polinomio dividendo

$$\begin{array}{l|l} x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^2 - x - 8 & x^2 - 2x + 1 \\ \hline -x^5 + 2x^4 - x^3 & x^3 \\ \hline 2x^4 + x^3 + 0x^2 - x - 8 & \end{array}$$

$x^2 \cdot x^3 = x^5$

$-2x \cdot x^3 = -2x^4$

$1 \cdot x^3 = x^3$

**4.-**Volvemos a **dividir** el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor. Y el resultado lo multiplicamos por cada termino del divisor y lo restamos al dividendo.

$$2x^4 : x^2 = 2x^2$$

5.-Procedemos igual que antes

$$\begin{array}{l|l} x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^2 - x - 8 & x^2 - 2x + 1 \\ \hline -x^5 + 2x^4 - x^3 & x^3 + 2x^2 \\ \hline 2x^4 + x^3 + 0x^2 - x - 8 & \\ -2x^4 + 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 5x^3 - 2x^2 - x - 8 & \end{array}$$

$x^2 \cdot 2x^2 = 2x^4$

$-2x \cdot 2x^2 = -4x^3$

$1 \cdot 2x^2 = 2x^2$

Volvemos a dividir ⟶ $5x^3 : x^2 = 5x$

$$\begin{array}{l|l} x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^2 - x - 8 & x^2 - 2x + 1 \\ \hline -x^5 + 2x^4 - x^3 & x^3 + 2x^2 + 5x \\ \hline 2x^4 + x^3 + 0x^2 - x - 8 & \\ -2x^4 + 4x^3 - 2x^2 & \\ \hline 5x^3 - 2x^2 - x - 8 & \\ -5x^3 + 10x^2 - 5x & \\ \hline 8x^2 - 6x - 8 & \end{array}$$

$x^2 \cdot 5x = 5x^3$

$-2x \cdot 5x = -10x^2$

$1 \cdot 5x = 5x$

Volvemos a dividir ⟶ $8x^2 : x^2 = 8$

**Hasta que el resto sea de grado menor que el grado del divisor.**

$x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^2 - x - 8 \;\big|\; x^2 - 2x + 1$

$-x^5 + 2x^4 - x^3 \qquad x^3 + 2x^2 + 5x + 8$

$2x^4 + x^3 + 0x^2 - x - 8$

$-2x^4 + 4x^3 - 2x^2$

$5x^3 - 2x^2 - x - 8$

$-5x^3 + 10x^2 - 5x$

$8x^2 - 6x - 8$

$-8x^2 + 16x - 8$

$10x - 16$

Es el cociente

$x^2 \cdot 8 = 8x^2$

$-2x \cdot 8 = -16x$

$1 \cdot 8 = 8$

**Es el resto porque su grado es menor que el divisor y por lo tanto no se puede continuar dividiendo.**

Para entender el procedimiento te invito a mirar el siguiente tutorial

https://www.youtube.com/watch?v=uDUr3TKE8IQ

## EJERCITACIÓN

1.- Resolver las siguientes divisiones de un polinomio por un monomio.

**a)** $(-20x^3 + 15x - 25x^2) : (-5x) =$

**b)** $(-2x^4 + 5x^2 - 10x + 4x^3) : (10x) =$

**c)** $\left(\frac{3}{4}x^7 - \frac{5}{8}x^5 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{7}{6}x^6\right)(-0{,}5x^3) =$

**d)** $(x^5 - 12x^8 + 9x^6 - 6x^4) : \left(\frac{3}{2}x^4\right) =$

2.- Hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones.

a) $(x^3 - 3x^2 + 2x - 4) : (x + 1) =$ Rta: cociente $x^2 - 4x + 6$ resto $-10$

b) $(5 - 2x^3 + x) : (x - 2) =$ Rta: cociente $-2x^2 - 4x - 7$ resto $-9$

c) $(x^3 + 19x - 8 - 9x^2) : (x - 3) =$ Rta: cociente $\frac{1}{2}x^2 - \frac{15}{4}x + \frac{31}{8}$ resto $\frac{29}{8}$

d) $(-8x^2 - 5 + x^4) : (x + 3) =$ Rta: cociente $x^3 - 3x^2 + x - 3$ resto $4$

*Nota: Recuerden que deben enviar los trabajos al profesor para la realización del seguimiento de sus aprendizajes; también pueden realizar consultas si lo necesitan.*

**Turno mañana**

| curso | Profesor | Correo electrónico |
|---|---|---|
| 3º 1ª | Elbio Saravia | elbiorsaravia@hotmail.com |
| 3º 2ª | Marcelo Caliva | maraguscaliva@hotmail.com |

| | | |
|---|---|---|
| 3º 3ª | Elsa Pinikas | prof.pinikas@gmail.com |
| 3º 4ª | Mario Llampa | mariollampa40@gmail.com<br>cel.154795567 |

**Turno tarde**

| curso | Profesor | Correo electrónico |
|---|---|---|
| 3º 1ª | Claudia Vercellino | profvercellino@gmail.com |
| 3º 2ª | Mario Llampa | mariollampa40@gmail.com |
| 3º 4ª | Mirta López | mirtazeta@hotmail.com<br>Código de acceso a Classroom: ktwroun. |