PLANIFICACIÓN DE CLASES - (Trabajo Nº 7)		
Materia: Matemática.		**Año: 5°**
Turno: Mañana y Tarde		**Divisiones:** Todas
Docentes: Mónica Guaymás. Patricia Cano. Claudia Vercellino. Víctor Chocobar. **Contacto:** Prof. Patricia Cano (5º 2º-TM): **pasantrti@gmail.com** Prof. Mónica Guaymás (5º 1º y 5º 3º-TM): **monicamarcela75g@gmail.com** Prof. Claudia Vercellino (5º 1º- TT): **profvercellino@gmail.com** Prof. Víctor Chocobar (5º 2º- TT): **vchocobar5@gmail.com**		
Tiempo	**Tema a trabajar**	
2 semanas	**Cónicas: Circunferencia**	

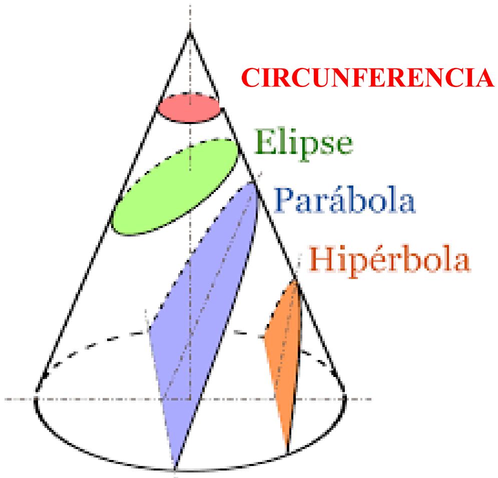
MARCO TEÓRICO

DEFINICIÓN DE CÓNICA

Son curvas planas que cumplen una condición geométrica determinada. Pueden obtenerse como la intersección de un cono circular con un plano que no contenga al vértice del cono.

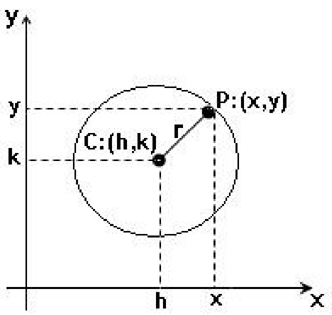
Se conocen 4 curvas cónicas, la circunferencia, la elipse, la parábola y la hipérbola, .que dependen de la inclinación del plano respecto al eje de un cono.

- Si el plano es perpendicular a dicho eje se obtiene una **circunferencia**. El eje forma con el plano 90º=β
- Si el plano corta oblicuamente al eje del cono y a todas sus generatrices, sin pasar por el vértice, la sección que obtenemos es una **elipse.**
- Si el corte lo hacemos, de forma oblicua al eje del cono pero paralela a la generatriz del mismo obtenemos una **parábola**
- Si el plano corta a las generatrices en ambos lados del vértice del cono, obtenemos una **hipérbola**.



Circunferencia

La circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan (igual distancia) de un punto fijo llamado centro, a una distancia r.

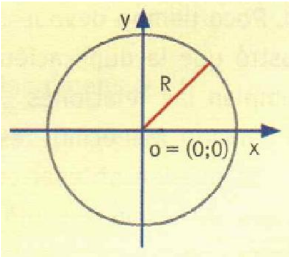


Si tenemos un punto **P(x,y)** que forma parte de una circunferencia con **centro C(h,k)**. La distancia de P a C la llamaremos **radio (r).** Entonces el centro y el radio determinan la ecuación de la circunferencia.

Ecuación canónica (ordinaria) de la circunferencia

Si se ubica la circunferencia en un sistema de ejes cartesianos, se obtiene la ecuación canónica de la misma.

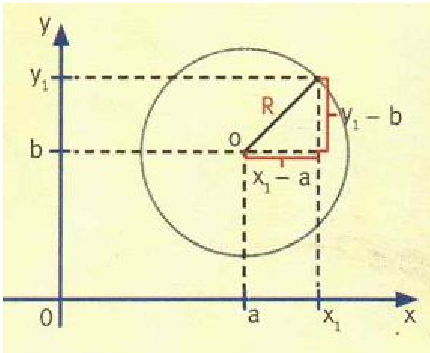
- Si el **centro** de la circunferencia se encuentra en el **origen de coordenadas C(0,0)** tendremos como **ecuación canónica** de dicha circunferencia:



$$x^2+y^2=r^2$$ **Ecuación canónica de la circinferencia**

- Si el centro de la circunferencia se encuentra en un **punto C (h,k)** diferente del origen de coordenadas, tendremos como **ecuación canónica** de dicha circunferencia:

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$ **Ecuación canónica de la circinferencia**



Ejemplos: Hallar la ecuación canónica de la circunferencia dados el centro y el radio.

Sustituimos en la fórmula $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ el valor del centro y el radio.

- $C(0,0)$ $r=5$

  $(x-0)^2+(y-0)^2=5^2$

  operamos y nos queda $x^2+y^2=25$

- $C=(0,0)$; $r=\sqrt{3}$

  $(x-0)^2+(y-0)^2=(\sqrt{3})^2$

  operamos y nos queda $\mathbf{x^2+y^2=3}$

- $C(5,4)$ $r=3$

  $(x-5)^2+(y-4)^2=3^2$

  $\boldsymbol{(x-5)^2+(y-4)^2=9}$

- $C=(-4,3)$; $r=2$

  $(x-(-4))^2+(y-3)^2=2^2$

  $\boldsymbol{(x+4)^2+(y-3)^2=4}$

Como obtener el centro y el radio de la circunferencia dada la ecuación canónica

Encontrar las coordenadas del centro y el radio de la circunferencia dada por: $(x-3)^2+(y+4)^2=25$
La ecuación corresponde a una circunferencia de centro (h,k).

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

$$(x-3)^2+(y+4)^2=25$$

Para escribir el **centro,** el valor de h y k van **cambiados el signo.**

h = +3 y k = - 4

$r^2=25$

$r=\sqrt{25}$

r = 5

C = (3 , - 4)

r = 5

Video sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=jk9V5OkJIAg

Ecuación general de la circunferencia

Si desarrollamos los cuadrados de los binomios de la expresión $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, se obtiene la **ecuación general de la circunferencia.**

Para desarrollar los cuadrados recordamos las fórmulas del cuadrado del binomio:

$$(x+c)^2=x^2+2cx+c^2$$

$$(x-c)^2=x^2-2cx+c^2$$

Entonces si tenemos la expresión

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$ desarrollamos los cuadrados

$$\underbrace{x^2-2\,.\,x\,.\,h+\;h^2}+\underbrace{y^2-2\,.\,y\,.\,k+\;k^2}=\;r^2$$

$$x^2+y^2-2xh-2yk+h^2+k^2-r^2=0$$ agrupamos los términos e igualamos a 0

$$x^2+\;y^2+\underbrace{(-2\;\;h)}_{D}\,x+\underbrace{(-2\;\;k)}_{E}\,y\;+\;\underbrace{(h^2+\;k^2-r^2}_{F}\;=0$$ renombramos

$\boldsymbol{x^2+\;y^2+Dx+Ey+F=0}$ **Ecuación general de la circunferencia**

Ejemplo: Hallar la ecuación general de la circunferencia

$(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 16$ desarrollamos los cuadrados, resolvemos

$x^2 - 2.x.2 + (-2)^2 + y^2 - 2.y.6 + (-6)^2 = 16$

$X^2 - 4x + 4 + y^2 - 12y + 36 = 16$

$X^2 + y^2 - 4x - 12y \underbrace{+ 4 + 36 - 16} = 0$ agrupamos los términos e igualamos a 0

$X^2 + y^2 - 4x - 12y + 24 = 0$ **Ecuación general de la circunferencia**

Videos sugeridos: https://www.youtube.com/watch?v=vQg3OSrR_Mw

https://www.youtube.com/watch?v=7YiP7tDST5E

Como obtener el centro y el radio de la circunferencia dada la ecuación general de la circunferencia

Organizar la ecuación para completar el trinomio cuadrado perfecto.

$$X^2 + Y^2 + 6X - 4Y + 12 = 0$$

Agrupamos los términos con X y los términos con Y. El término independiente pasa al otro miembro cambiado de signo.

$$(X^2 + 6X + \quad) + (Y^2 - 4Y + \quad) = -12$$

Completamos en cada ecuación lo que falta para ser un trinomio cuadrado perfecto.

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9 \qquad \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4$$

$$(X^2 + 6X + 9) + (Y^2 - 4Y + 4) = -12 + 9 + 4$$

$$(X^2 + 6X + 9) + (Y^2 - 4Y + 4) = 1$$

Como en el primer miembro sumamos 9 y 4 también lo hacemos en el segundo miembro y se resuelve.

$$\sqrt{x^2} = x \qquad \sqrt{9} = 3 \qquad \sqrt{y^2} = y \qquad \sqrt{4} = 2$$

$$(X + 3)^2 + (Y - 2)^2 = 1$$

Escribimos la ecuación canónica de la circunferencia

Escribimos el centro y el radio

h = - 3 y k = 2 **C = (-3 , 2)**

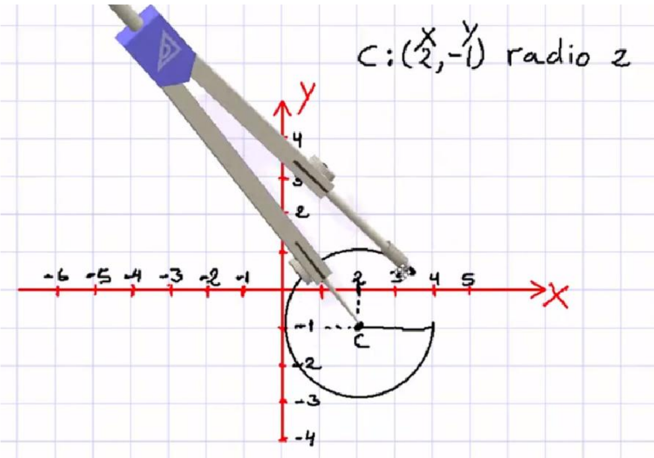
$r^2 = 1$ **r = 1**

$r = \sqrt{1}$

$r = 1$

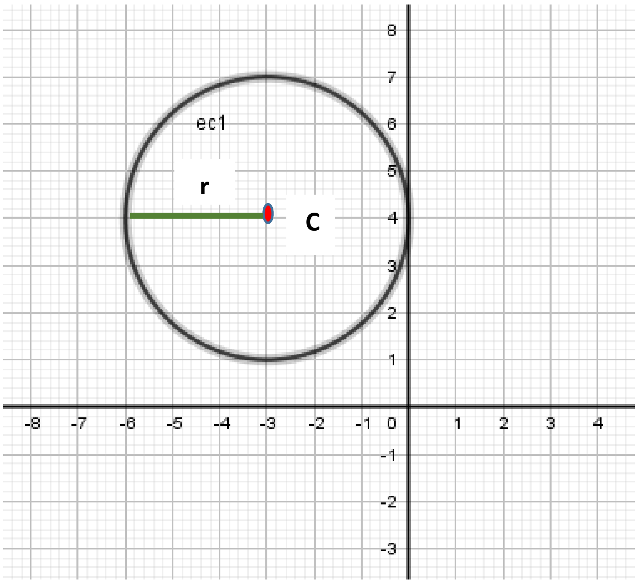
Video sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=uBynci-W0NA

Gráfico de la circunferencia



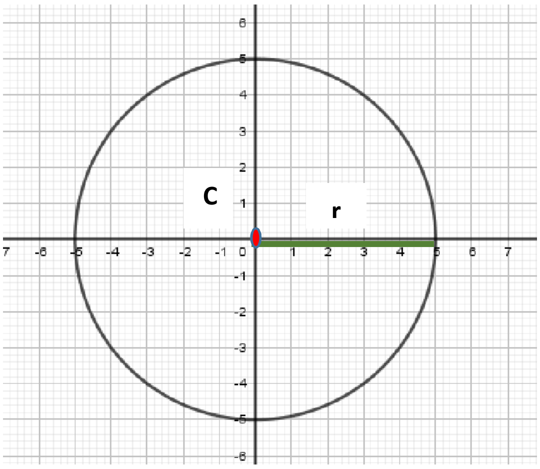
C = (2 , -1)   y r = 2

Ubicamos el centro, a partir de este marcamos el radio, en este caso es de 2 unidades. Con un compás trazamos la circunferencia



C = (-3 , 4)   y r = 3

Ubicamos el centro, a partir de este marcamos el radio, en este caso es de 3 unidades. Graficamos



C = (0 ,0)   y r = 5

Ubicamos el centro, a partir de este marcamos el radio, en este caso es de 5 unidades. Graficamos

Actividades

1) Escribir la ecuación canónica de la circunferencia.

a) C= (0 , 6) ; r= 4

b) C= (- 4 , 3) ; r= 2

c) C= (- 3 , - 5) ; r= 3 / 4

d) C= (0 , 0) ; r= 2 / 3

e) C= (4 , 0) ; r= 1

f) C= (- 1 , 4) ; r= $\sqrt{3}$

2) Indicar el centro y el radio de las siguientes circunferencias y graficar cada una.

$\boldsymbol{a})\ (\, x-1\,)^2 + (\, y-5\,)^2 = 9$

$\boldsymbol{b})\ x^2 + y^2 = 36$

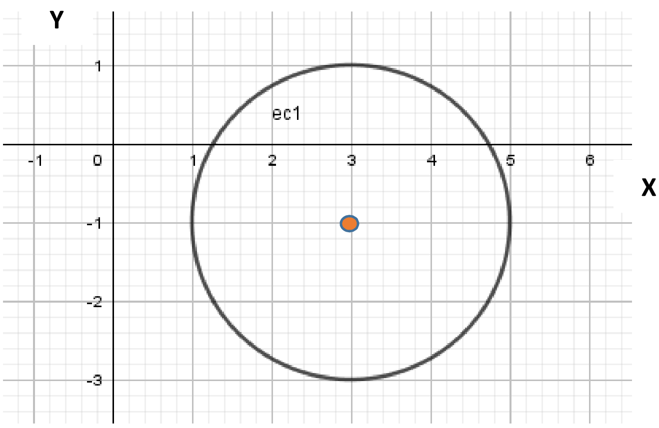
$\boldsymbol{c})\ x^2 + (\, y+4\,)^2 = 4$

$\boldsymbol{d})\ (\, x-3\,)^2 + y^2 = 16$

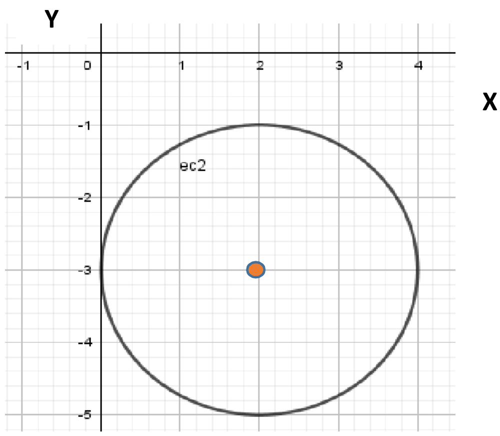
$\boldsymbol{e})\ x^2 + (\, y-3\,)^2 = 25$

$\boldsymbol{f})\ (\, x-2\,)^2 + (\, y+3\,)^2 = 9$

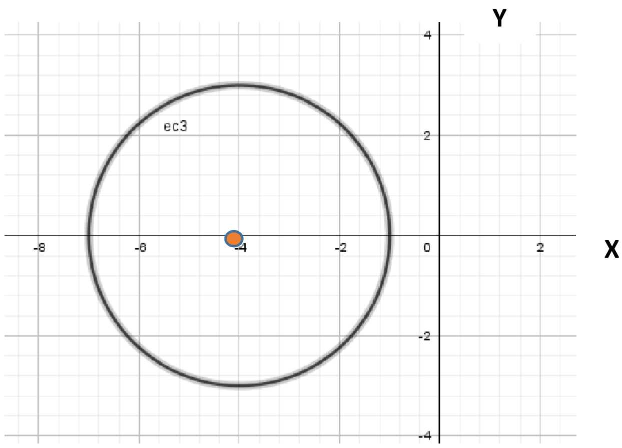
3) Escribir la ecuación canónica de cada una de las siguientes circunferencias.



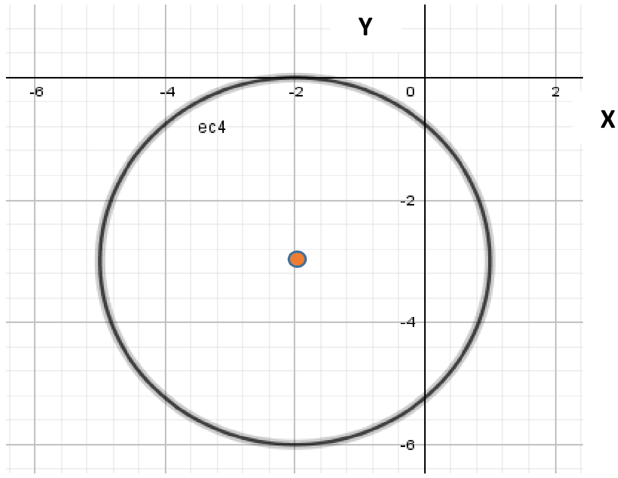
a)



c)



b)



d)

4) **Hallar la ecuación general de cada circunferencia.**

$\boldsymbol{a})\ (x-3)^2+(y-2)^2=9$

$\boldsymbol{b})\ (x+2)^2+(y-5)^2=16$

$\boldsymbol{c})\ (x-3)^2+y^2=16$

$\boldsymbol{d})\ x^2+(y-3)^2=25$

5) **Escribir la ecuación canónica de la circunferencia y expresar el centro y radio en cada caso.**

a) $x^2+y^2-8x+4y+15=0$

b) $x^2+y^2-4x+10y+13=0$

c) $x^2+y^2+6y+5=0$

d) $x^2+y^2+14x+46=0$

6) **¿ La ecuación canónica de la circunferencia con centro en (5 , 3) y r = 10 es? Justificar**

- ○ $(x+5)^2+(y+3)^2=100$
- ○ $(x-5)^2+(y-3)^2=10$
- ○ $(x-5)^2+(y-3)^2=100$
- ○ $(x-3)^2+(y-5)^2=100$

7) **¿La ecuación general de la circunferencia de centro (3 , 4) y radio 2 es? Justificar**

- ○ $x^2+y^2-6x-8y+21=0$
- ○ $x^2+y^2-6x+8y-21=0$
- ○ $x^2-y^2-6x-8y+21=0$
- ○ $x^2+y^2-6x+8y-21=0$

8) **Escribir la ecuación general de cada circunferencia.**

a) Centro (-1 , 2) y r = 3

b) Centro (0 , 3) y r = $\frac{1}{2}$