

Parte Teórica

Radicales

Cuando no puedes simplificar un número para quitar una raíz cuadrada (o una raíz cúbica, etc.) entonces es un radical.

Ejemplo: $\sqrt{2}$ (la raíz cuadrada de 2) no se puede simplificar más así que es un radical.

Pero $\sqrt{4}$ (la raíz cuadrada de 4) **sí** se puede simplificar (queda 2), así que **no** es un radical. Fíjate en estos:

Número	Simplificado	En decimal	¿Radical o no?
$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1.4142135(etc)	Radical
$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1.7320508(etc)	Radical
$\sqrt{4}$	2	2	No es radical
$\sqrt{1/4}$	1/2	0.5	No es radical
$\sqrt[3]{11}$	$\sqrt[3]{11}$	2.2239800(etc)	Radical
$\sqrt[3]{27}$	3	3	No es radical
$\sqrt[5]{3}$	$\sqrt[5]{3}$	1.2457309(etc)	Radical

Como ves, **los radicales tienen infinitas cifras decimales** que no se repiten nunca, y por eso son **números irracionales**. De hecho "radical" se refiere en concreto a una raíz que es irracional.

Extracción de factores fuera de un radical

Se pueden extraer factores de un signo radical cuando el exponente sea mayor o igual al índice. Para hacerlo deben aplicarse las propiedades de la potenciación y la radicación

Ejemplo $\sqrt{27}$

Paso 1

- Factorizar el radicando (en este caso el 27)

$$\begin{array}{r} 27 \ 3 \\ 9 \ 3 \\ 3 \ 3 \\ 1 \end{array}$$

$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 \rightarrow$ Expresión obtenida a partir de la factorización.

Paso 2

- Reemplazar el radicando por la expresión factorizada

$$\sqrt{3^3}$$

Paso 3

- Descomponer el exponente de manera que quede, en alguna expresión, igual que el índice

$$\sqrt{3^2 \cdot 3}$$

Paso 4

- Cancelar el índice y el exponente de aquellas expresiones que así se pueda hacer, lo que no puedo cancelar queda como está.

$$\sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$$

Otros ejemplos:

$$\begin{array}{l} \sqrt[3]{16 x^5} \\ \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{x^5} \\ \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x^2} \\ 2 \cdot x \cdot \sqrt[3]{2x^2} \end{array} \qquad \begin{array}{l} -2\sqrt[2]{125 a^5} \\ -2\sqrt[2]{125} \cdot \sqrt[2]{a^5} \\ -2\sqrt[2]{5^2} \cdot \sqrt[2]{5} \cdot \sqrt[2]{a^4} \cdot \sqrt[2]{a} \\ -2 \cdot 5 \cdot a^2 \cdot \sqrt[2]{2a} \\ -10 \cdot a^2 \cdot \sqrt[2]{2a} \end{array}$$

Operaciones con radicales

Teoría

Dos radicales son **semejantes** cuando tienen igual índice y base. Para sumar o restar radicales, estos deben ser semejantes.

$$\text{a) } 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \qquad \text{b) } 9\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \qquad \text{c) } 5\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{5} = 7\sqrt[3]{4} + 5\sqrt[3]{5}$$

En ocasiones, dos radicales pueden no ser semejantes y luego de extraer factores sí lo son.

$$\text{a) } \sqrt{12} + 5\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} + 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$\text{b) } 4\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{54} = 4\sqrt[3]{2^3 \cdot 2} - 2\sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = 4 \cdot 2\sqrt[3]{2} - 2 \cdot 3\sqrt[3]{2} = 8\sqrt[3]{2} - 6\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$$

Parte Práctica:

1) Extraer factores fuera del radical y unir las expresiones iguales.

Por ejemplo: $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot \sqrt{5}$

2) Extraer todos los factores posibles fuera de los radicales.

Por ejemplo:

$$b) \sqrt[3]{81 m^{11}} = \sqrt[3]{3^4 m^{11}} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3 \cdot m^9 \cdot m^2} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{m^9} \cdot \sqrt[3]{m^2} = 3 \cdot m^3 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot m^2$$

3) Sumar o restar los radicales semejantes y unir con el resultado que corresponda.

4) Resolver las siguientes adiciones y sustracciones.

a) $7\sqrt{3} + \sqrt{3} - 5\sqrt{3} =$ c) $\sqrt{18} + 5\sqrt{2} =$ e) $2\sqrt{20} - \sqrt{45} + 6\sqrt{5} =$

b) $4\sqrt{5} + 9\sqrt{7} - 3\sqrt{5} - 6\sqrt{7} =$ d) $\sqrt{98} - \sqrt{72} =$ f) $-8\sqrt{28} + 3\sqrt{63} + \sqrt{343} =$