

“Planificación de Clases”

MODALIDAD: Por Plataforma institucional

MATERIA: Matemática.

AÑO: 5°

TURNO: Mañana y Tarde

DIVISIONES: Todas

DOCENTES: Mónica Guaymás. Patricia Cano. Claudia Vercellino. Víctor Chocobar.

CONTACTO:

PROF. PATRICIA CANO (5° 2°-TM): pasantrti@gmail.com

PROF. MÓNICA GUAYMÁS (5° 1° Y 5° 3°-TM): monicamarcela75g@gmail.com

PROF. CLAUDIA VERCELLINO (5° 1°- TT): profvercellino@gmail.com

PROF. VÍCTOR CHOCOBAR (5° 2°- TT): vchocobar5@gmail.com

TIEMPO

2 semanas

TEMA A TRABAJAR

Función Cuadrática. Representación gráfica de una función cuadrática.

Marco Teórico

Función Cuadrática

Es toda función cuya fórmula es de la forma $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. Donde **a, b y c** son números reales y **a distinto de cero**, **b y c** pueden valer 0.

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Término cuadrático Término lineal Término independiente

$\left. \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right\}$ Coeficientes de la función

- Siempre hay un término que contiene la variable elevada al cuadrado. La mayoría de las veces esta variable se designa por la letra **x**.

El gráfico de una función cuadrática es una curva llamada **parábola**.

Orientación o concavidad de la parábola

La gráfica de la función cuadrática **se abre hacia arriba o hacia abajo**, lo que está indicado por el **signo** del **coeficiente a** que acompaña a x^2 , es decir, dada la función:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Si **$a > 0$** , la parábola se abre hacia **arriba**. Tiene un valor **mínimo**



Punto mínimo de la función

Si **$a < 0$** , la parábola se abre hacia **abajo**. Tiene un valor **máximo**



Punto máximo de la función

Gráfica de la parábola

Para realizar el gráfico de una parábola $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, se deben hallar: **las raíces de la parábola**, la **ordenada al origen**, el **vértice** y el **eje de simetría**.

- ❖ **Raíces de la parábola:** son los **puntos de intersección** de la parábola **con el eje x**. Vale decir, cuando $f(x)=0$. Se calculan mediante la fórmula:

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \longrightarrow \text{Fórmula resolvente}$$

- ❖ **Ordenada al origen de la parábola:** es el **punto de intersección** de la parábola **con el eje y**.

Entonces **$X = 0$** . Para **$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + c = c$**

Por lo tanto **$f(0) = c$ o $Y = c$**

- ❖ **Vértice de la parábola:** es el punto de ordenada mayor o menor de la parábola. Sus coordenadas son:

(X_v, Y_v)

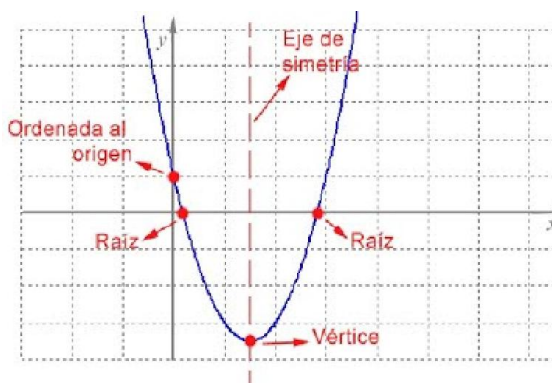
$$(X_v, Y_v) = \begin{cases} X_v = \frac{-b}{2 \cdot a} \\ Y_v = a \cdot x_v^2 + b \cdot x_v + c \end{cases}$$

$$Y_v = a \cdot x_v^2 + b \cdot x_v + c$$

- ❖ **Eje de simetría:** es la recta vertical que divide a la parábola en dos ramas simétricas y pasa por el vértice.

Su ecuación es **$X = X_v$** .

- ❖ **Gráfico:**



Por ejemplo: Graficar la siguiente función **$Y = -x^2 - 2x + 3$** **Coeficientes: $a = -1$; $b = -2$; $c = 3$**

- **Concavidad:** $a = -1$ menor que 0, la parábola se abre hacia abajo



- **Raíces:** Se reemplaza el valor de los coeficientes en la fórmula resolvente y se resuelven las operaciones.

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{-2} =$$

$$\frac{2 \pm 4}{-2} = \begin{cases} x_1 = \frac{2 + 4}{-2} = \frac{6}{-2} = -3 \\ x_2 = \frac{2 - 4}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1 \end{cases}$$

Las intersecciones con el eje x son

$(-3, 0)$ y $(1, 0)$

- **Ordenada al origen:** **$Y = c$** entonces **$Y = 3$** . La intersección con el eje Y es **$(0, 3)$**

- **Vértice:** **(X_v, Y_v)**

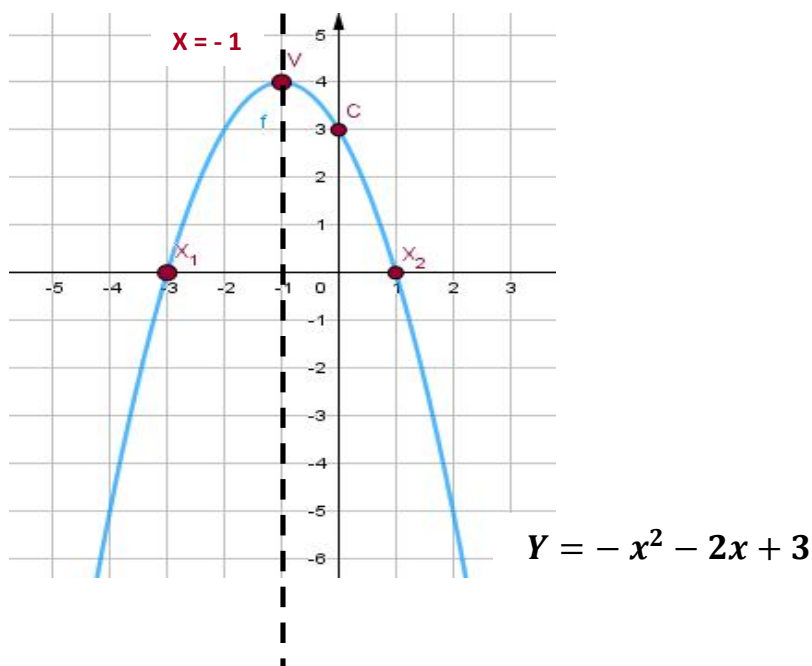
$$X_v = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot (-1)} = \frac{2}{-2} = -1$$

Reemplazamos el valor de **$X_v = -1$** en la función dada para obtener el valor de **Y_v**

$$Y_v = -x_v^2 - 2x_v + 3 = -(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = -1 + 2 + 3 = -1 + 5 = 4$$

Entonces $V = (-1, 4)$

- Eje de simetría: $X = X_v$ entonces el eje de simetría pasará por $x = -1$
- Gráfico: Ubicamos los elementos hallados en un sistema de ejes cartesianos (SEC) y trazamos la parábola



Análisis del discriminante

Al radicando de la fórmula del fórmula resolvente $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} =$, se lo llama

discriminante, se lo simboliza con la letra griega Δ (delta). $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$. Según su valor la parábola cortará al eje x en dos puntos, en uno o en ninguno.

Si $\Delta > 0$, raíces reales y distintas	Si $\Delta = 0$, raíces reales iguales	Si $\Delta < 0$, raíces no reales

Por ejemplo:

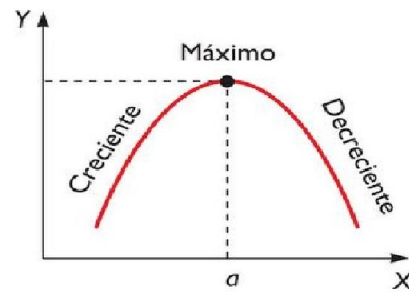
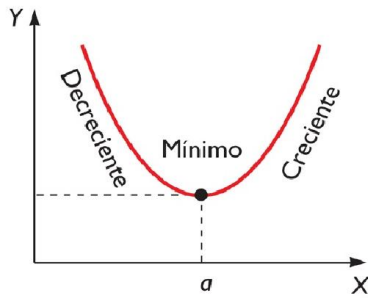
$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$Y = x^2 + 4x + 3$	$Y = x^2 - 6x + 9$	$Y = x^2 + 3x + 4$
$a = 1 ; b = 4 ; c = 3$	$a = 1 ; b = -6 ; c = 9$	$a = 1 ; b = 3 ; c = 4$
$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$	$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$	$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$	$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9$	$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$
$\Delta = 16 - 12$	$\Delta = 36 - 36$	$\Delta = 9 - 16$
$\Delta = 4$	$\Delta = 0$	$\Delta = -7$
La parábola corta en dos puntos al eje x	La parábola corta en un punto al eje x	La parábola no corta al eje x

Intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función cuadrática

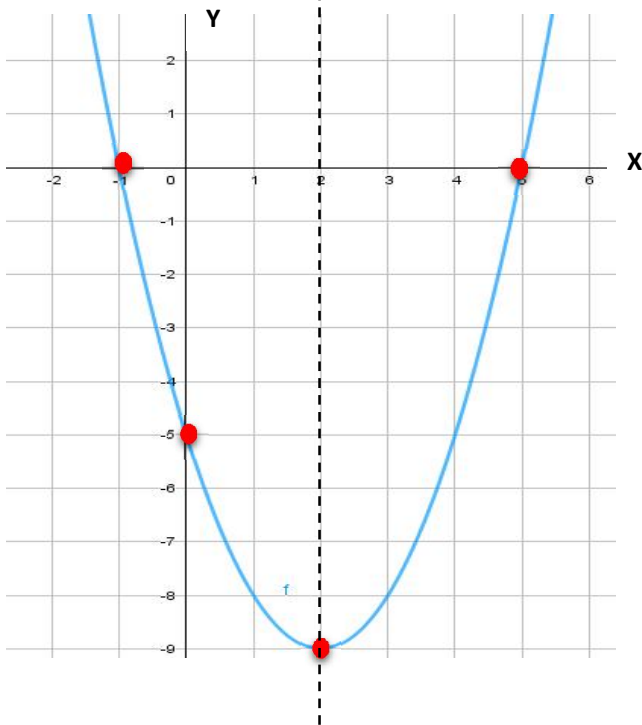
Las funciones cuadráticas presentan un tramo en el que son **crecientes** y otro en el que son **decrecientes**:

Si $a > 0$, la función $f(x)$ es creciente en el intervalo $(x_v, +\infty)$, y decreciente en el intervalo $(-\infty, x_v)$.

Si $a < 0$, la función $f(x)$ es creciente en el intervalo $(-\infty, x_v)$, y decreciente en el intervalo $(x_v, +\infty)$.



Para tener en cuenta: Si tenemos el gráfico de una parábola podemos indicar sus elementos como en el ejemplo.



- | |
|---|
| • Raíces: $(-1, 0)$; $(5, 0)$ |
| • Ordenada al origen: $(0, -5)$ |
| • Vértice: $(2, -9)$ (mínimo) |
| • Eje de simetría: $x = 2$ |
| • Intervalo de crecimiento: $(2, +\infty)$ |
| • Intervalo de decrecimiento: $(-\infty, 2)$ |

Actividades

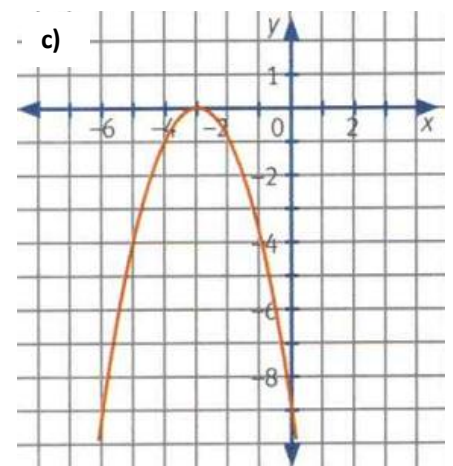
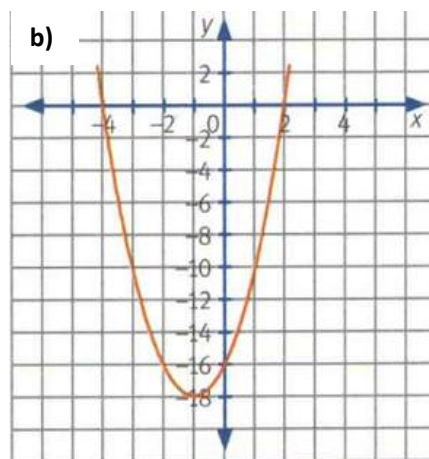
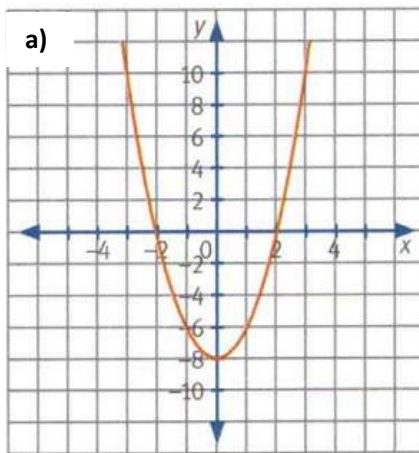
- 1) De acuerdo al ejemplo, identificar los coeficientes a, b y c de las siguientes funciones cuadráticas:

Función cuadrática	a	b	c
EJ: $f(x) = 5x^2 - 3x$	5	-3	0
$f(x) = 3x^2 + 5x - 10$			
$f(x) = 2x^2 - 5x$			
$f(x) = x^2 - 2$			
$f(x) = -2x^2 + 3x + 8$			
$f(x) = -8x^2 + 32x$			
$f(x) = 1 - 2x^2$			

- 2) Hallar los elementos de las siguientes parábolas: **concavidad, raíces, ordenada al origen, vértice y eje de simetría** y graficar cada una.

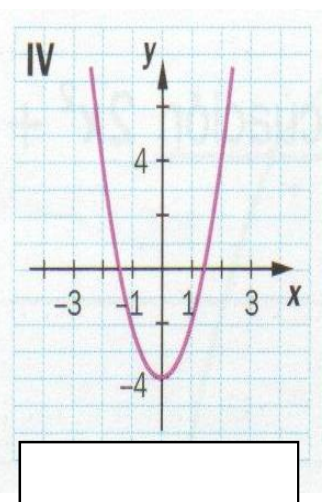
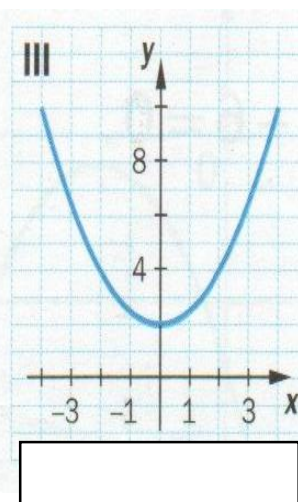
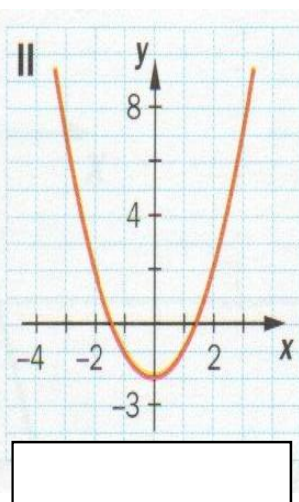
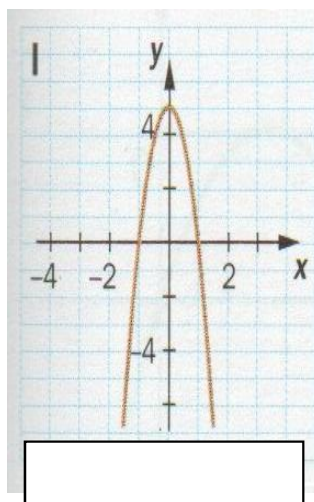
a) $f(x) = x^2 + 2x - 8$ **b)** $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$ **c)** $f(x) = -x^2 + 4x - 4$

- 3) Observar los gráficos y completar, para cada uno: **raíces, vértice, eje de simetría, ordenada al origen, intervalo de crecimiento, intervalo de decrecimiento.**



- 4) Escribir la fórmula que corresponde a cada gráfico.

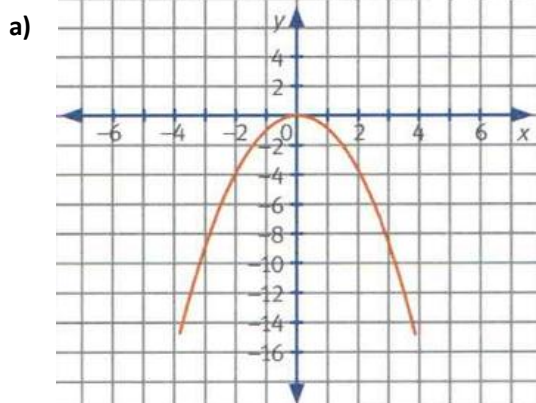
a. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ **b.** $y = 2x^2 - 4$ **c.** $y = -x^2 + 4$
d. $y = -5x^2 + 5$ **e.** $y = x^2 - 2$



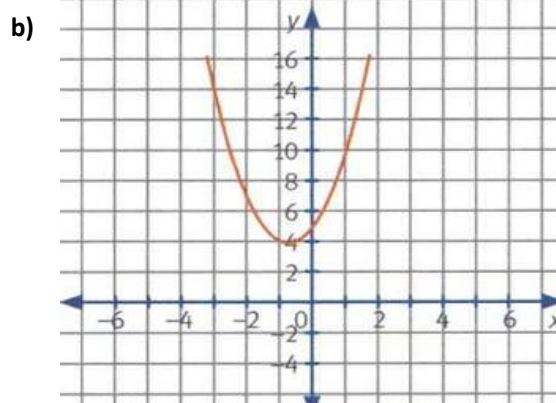
5) Calcular el discriminante de cada función e indicar si tienen **raíces reales distintas**, **raíces iguales** o si **no tiene raíces reales**.

a. $y = -x^2 + 3x - 2$ b. $y = 2x^2 + 3x + 3$ c. $y = x^2 - 6x - 18$ d. $y = 3x^2 - 2x - 1$

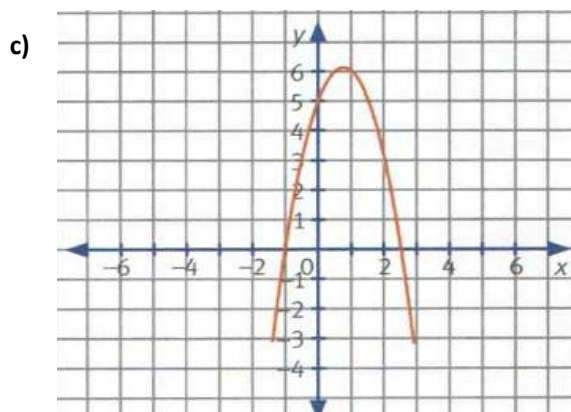
6) Observar cada gráfico y responder.



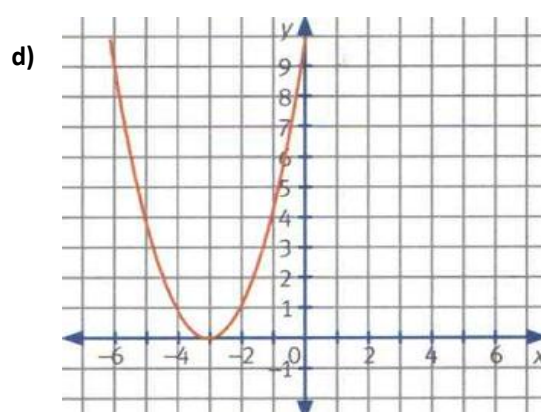
- El discriminante ¿es negativo?
- El vértice ¿es un máximo o un mínimo?
- ¿Cuál es el intervalo de crecimiento?



- ¿Tiene raíces reales?
- ¿Cuál es la ordenada al origen?
- ¿El coeficiente a ¿es mayor o menor que 0?

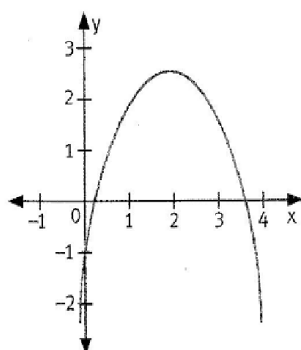


- El discriminante ¿es negativo?
- El término c ¿es menor que 0?
- ¿Cuáles son sus raíces?



- ¿Cuál es el valor del discriminante?
- El vértice ¿es un máximo o un mínimo?
- ¿Cuál es el eje de simetría?

7) Tener cuenta el gráfico de la función y escribir V (verdadero) o F (falso) según corresponda.



- a. $\Delta < 0$ ☐
- b. Tiene raíces reales. ☐
- c. Alcanza su valor mínimo en el vértice. ☐
- d. Crece en el intervalo $(-\infty; 2)$. ☐
- e. Tiene ordenada al origen negativa. ☐